od-Nr. 58 www.ndrom.de
obiter dictum 04/2015

Verfasser: Hans-Peter Bodenstein

Ottonischer Dom, Phase C I

Gegenstand der folgenden Überlegungen ist die sog. Südkirche auf dem Magdeburger Domplatz, die sich am Ort des spätromanisch-gotischen Domes befunden hat. Dessen Errichtung begann angeblich 1209, nachdem der Vorgängerbau, dessen Errichtung im späteren 10. Jh. oder im frühen 11. Jh. gesehen wird, 1207 niederbrannte. Die Forschung bezeichnet das Baugeschehen an dieser Stelle in diesem Zeitraum mit Phase C I.[1]

Anliegen des Verfassers ist es, aus der Lage des ergrabenen Mauerwerks dieser Kirche ein Grundrißmodell zu konstruieren, das strukturelle Zusammenhänge der Grundrißarchitektur erhellt. Die hierfür verwendeten Meßwerte sind wie der Gesamtplan der Phase C I, auf dem der Verfasser Modellaussagen visualisiert, der Dokumentation über die archäologischen Grabungen auf dem Domplatz entnommen.[2]

Achslagen

Den ergrabenen Bauwerksteilen konnten (Symmetrie-)Achsen zugeordnet werden. Für diese führen wir folgenden Bezeichner ein:

Ot_ ... ottonische Achse der Krypta (Ostteil)
PQ_ ... ottonische Achse des Schnittes P-Q
Wt_ ... ottonische Achse des Westbaus (Westteil)

Die drei Achsen erweisen sich als parallel,

Ot_ || PQ_ || Wt_ ,

und geringfügig gegeneinander verschoben. Diese Distanzen betragen

d(Ot_ , PQ_) = 0.15 m, PQ_ liegt südlich Ot_
d(PQ_ , Wt_) = 0.56 m, Wt_ liegt südlich PQ_

woraus

d(Ot_ , Wt_) = 0.71 m

folgt. In Abbildung 1 wurde die Spiegelung der ergrabenen Teile an der jeweils zuständigen Achse vorgenommen. Kuhn bewerten d(Ot_ , PQ_) als zufällig und d(Ot_ , Wt_) als signifikant.

Das Azimut der spätromanisch-gotischen Domachse mißt

A_{got} = 281.28°.

Die Achse Ot_ ist gegenüber A_{got} um 7.58° im Uhrzeigesinn gedreht. Hieraus ergibt sich

A(Ot_) = 288.86°.

Für spätere Überlegungen vermerken wir an dieser Stelle die geographische Breite des Doms mit 52.12467°.

Grundrechteck

Bei der Grundrißanalyse romanischer Kirchen des 12./13. Jhs. macht sich bei der Herangehensweise des Verfassers eine Grundrechteck-Definition erforderlich.[3] Diese lautet kurz gefaßt: „Auf jeder Rechteckseite liegt mindestens ein Grundrißpunkt, und kein Grundrißpunkt liegt außerhalb des Grundrechtecks."

Gegen diese Definition verstoßen Choranbauten und Querhäuser. Diese stehen über. Dennoch bewahrt das Grundrechteck bei allen Typen von Saalkirchen und Basiliken seine Gültigkeit als Bezugssystem für die Analyse und die Modellierung. »Modell« meint hier stets Denkmodell.

Grundlegende Modellgrößen sind das

Seitenverhältnis i : j des Grundrechtecks ABCD

und das hiermit verbundene

Grundmaß g.

Beide sind wie folgt verknüpft:

a = i·g und b = j·g, wobei
a = AB und b = BC.

Dem Grabungsplan ist die Breite OtY des Ostteils der Kirche zu entnehmen. Diese mißt

OtY = 27.68 m.

Die Bestimmung des Grundrechtecks basiert hier auf zwei naheliegenden Annahmen:

• Der östliche Gebäudeteil bestimmt die Breite des Grundrechtecks

b = BC ≈ OtY (s. Abbn. 1, 2)

und

• das Grundrechteck der Basilika ist sehr schlank

i : j = 11:4.

Folglich ergibt sich das Grundmaß zu

g ≈ OtY/4 = 6.92 m ≈ 22 pes.rh (Δ<0.2%).
1 pes.rh = 0.314 m (rheinischer Fuß)

Mithin messen Länge und Breite des Grundrechtecks

a = AB = 11·22 pes.rh = 242 pes.rh = 75.99 m

und

b = BC = 4·22 pes.rh = 88 pes.rh = 27.63 m.

Zwei dieser Ergebnisse sprechen bereits für die oben getroffenen Annahmen.

• Für das Grundmaß läßt sich eine ganzzahlige Maßzahl finden, hier {g} = 22.

• Das Grundrechteck ABCD reicht bis an den Westbau heran (s. Abbn. 1, 2).

Querhaus 1

Aus den Grabungsergebnissen kann auf ein Querhaus der Phase C I geschlossen werden. Relikte der Südwand vermitteln eine Vorstellung von dessen Wandstellung. Achssymmetrie vorausgesetzt, beträgt der Abstand von dessen Nord- und Südwand außenseitig

QhY = 33.20 m ≈ 105¾ pes.rh.

Wie läßt sich dieses Maß begründen. Der Lösungsansatz lautet:

Das Querhaus steht auf jeder Seite des Grundrechtecks 9 Fuß über.

b + 2·9 pes.rh = (88 + 18) pes.rh
= 106 pes.rh = 33.28 m (Δ<0.3%)

Meßwert (33.20 m) und Modellwert (33.28 m) weichen 8 cm voneinander ab, was einen relativen Fehler von unter 0.3% ausmacht.

Die Frage ist nun, ob sich die Länge des Querhauses – hierunter verstehen wir dessen äußeres Maß auf der Längsachse Ot_ – mit rekursiven inneren Teilungen darstellen läßt.

Innere Teilungen

Mit der Strahlensatzfigur ACFD erzeugt die erste innere Teilung auf dem Grundrechteck die Punkte X, G und J, an denen die östliche Querhauswand steht.

Aus

CF : AD = 1:2 = k : l

folgt

XF : EX = 1:2

[1] Kuhn, Rainer (2009), Die Vorgängerbauten unter dem Magdeburger Dom, in: Meller Harald / Schenkluhn, Wolfgang / Schmuhl, Boje E. Hans (Hg.), Aufgedeckt II – Forschungsgrabungen am Magdeburger Dom 2006-2009, Halle (Saale), S. 70.

[2] Kuhn 2009, a. a. O., S. 32-86.

[3] Bodenstein, Hans-Peter (2017), Theoretische Bauforschung. Anfangsüberlegungen zu einer mathematischen Architekturanalyse, Seehausen (Altmark).

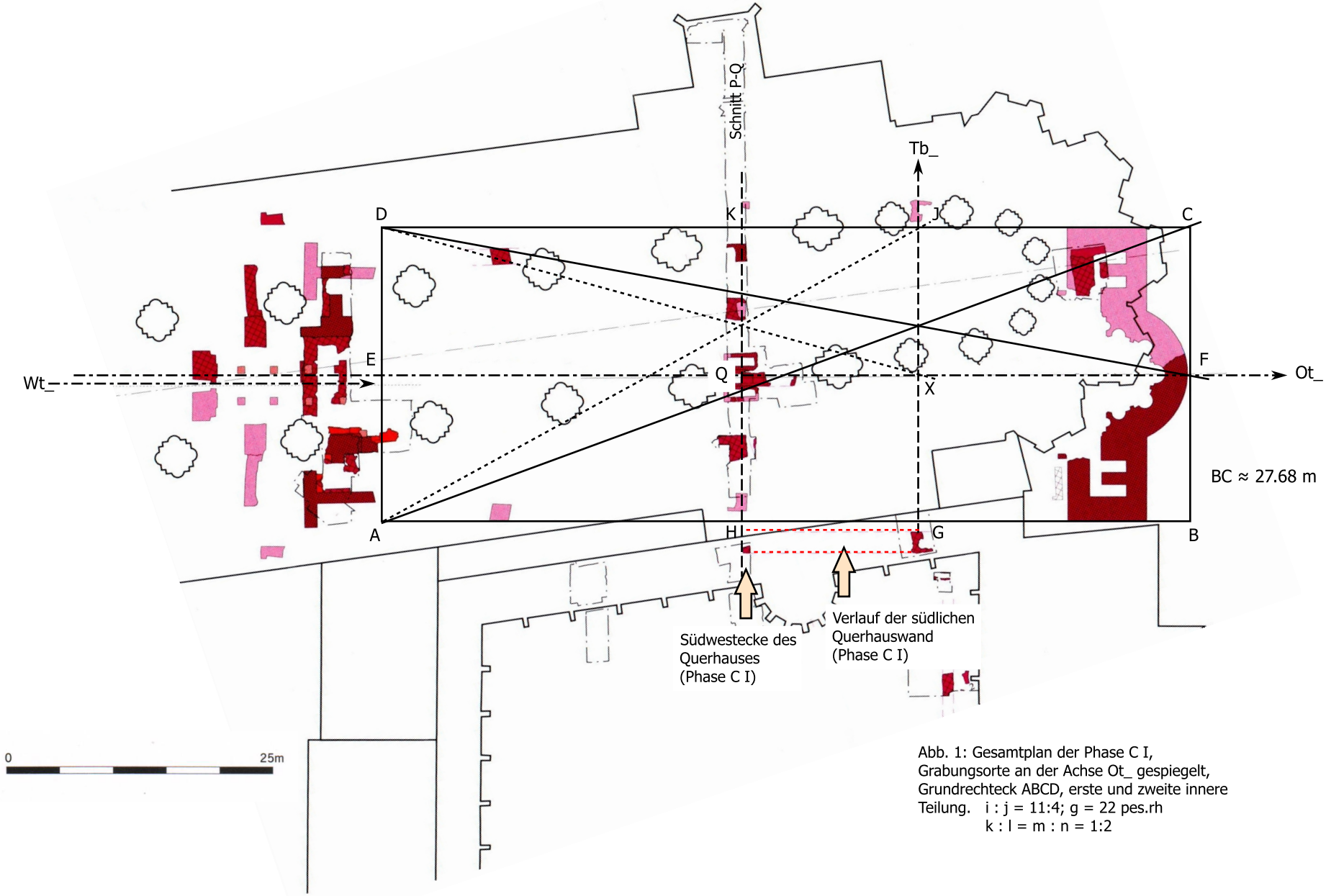

Abb. 1: Gesamtplan der Phase C I, Grabungsorte an der Achse Ot_ gespiegelt, Grundrechteck ABCD, erste und zweite innere Teilung. i : j = 11:4; g = 22 pes.rh
k : l = m : n = 1:2

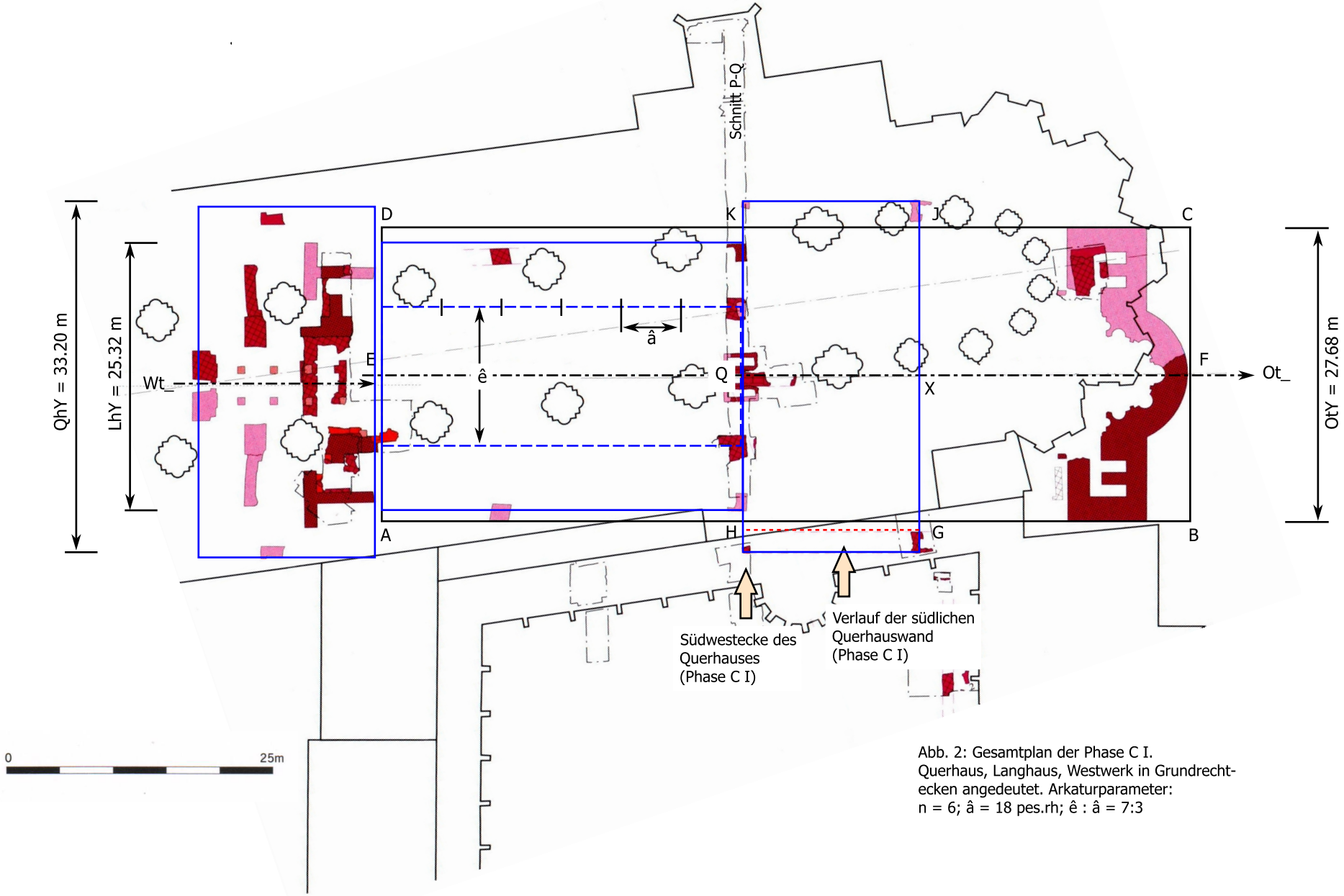

Abb. 2: Gesamtplan der Phase C I. Querhaus, Langhaus, Westwerk in Grundrechtecken angedeutet. Arkaturparameter: n = 6; â = 18 pes.rh; ê : â = 7:3

mit

$XF = {}^1/_3\ a$ und $EX = {}^2/_3\ a$.

Auf dieses Ergebnis greift die zweite innere Teilung zurück (rekursives Prinzip) mit der Strahlensatzfigur AJXD.

Aus

$JX : AD = 1:2 = m : n$

folgt

$QX : EQ = 1:2$

mit

$QX = {}^1/_3\ EX$ und $EQ = {}^2/_3\ EX$.

Hierbei entstehen die Punkte Q, H und K (s. Abb. 1), durch welche die Grenzgerade zwischen Querhaus und Langhaus verläuft. Die Mauern im Schnitt P-Q befinden sich westlich hiervon.

Zusammengefaßt lautet das Teilungsergebnis:

$XF = {}^3/_9\ a$, $QX = {}^2/_9\ a$, $EQ = {}^4/_9\ a$.

Mit anderen Worten,

• auf den Chor nebst Krypta entfallen drei Neuntel der Domlänge,
• auf das Querhaus zwei Neuntel und
• auf das Langhaus westlich hiervon vier Neuntel der Domlänge.

Den Westbau beziehen wir in die Modellierung nicht mit ein.

Zwischenergebnis 1

Die Eingangsdaten für die Modellbildung

$b \approx OtY$, $i : j = 11:4$ und $k : l = m : n = 1:2$

haben sich als sinnvoll erwiesen, weil das Dom-Grundrechteck bis an den Westbau heranreicht und die Grabungsbefunde sich sinnvoll ins Querhausmodell einordnen.

Querhaus 2

Offensichtlich ist das Mittelschiff ($EQ = {}^4/_9\ a$) doppelt so lang wie das Querhaus ($QX = {}^2/_9\ a$).

$EQ = {}^4/_9\ a = 107½$ pes.rh

In dem Zusammenhang drängt sich der Vergleich mit der gemessenen Querhausbreite

$QhY = 105¾$ pes.rh

auf. Beide unterscheiden sich um weniger als zwei Fuß.

Zwischenergebnis 2

_Die äußeren Querhausabmessungen verhalten sich in guter Näherung wie 1:2.

_Die Länge des Mittelschiffs und die Breite des Querhauses sind von (annähernd) gleicher Größe.

Langhaus

Die Gesamtbreite des Langhauses (Außenseite) wird mit

$LhY = 25.32$ m

angegeben (s. Abb. 2). Hier interessieren zwei weitere Fragen.

• Wieviel Bögen besaßen die Arkaden?

Und:

• In welchem Abstand befanden sich die beiden Achsreihen der Stützen?

Zu Frage 1

Die zu gliedernde Länge ist

$LhX \approx EQ = {}^4/_9\ a \approx 107½$ pes.rh

Setzen wir für den Abstand der Stützenachsen in einer Arkade $\hat{a} = 18$ pes.rh an – im Havelberger Dom mißt $\hat{a} = 18$ pes.st –, so finden wir für die Zahl der Bögen

$n = EQ / \hat{a} = 107½$ pes. rh / 18 pes.rh ≈ 6.

Zu Frage 2

Zur Ermittlung des Abstandes der Achsenreihen stehen wieder Befunde im Fundamentbereich zur Verfügung:

Mittelschiffsbreite, lichte Weite: 10.95 m
Breite nördliche Mittelschffsmauer: mind. 2.30 m
Breite südliche Mittelschiffsmauer: 2.10 m

Hieraus bilden wir einen Wert für den Abstand der Achsreihen:

$\hat{e} \approx 10.95$ m + 1.15 m + 1.05 m = 13.15 m
≈ 42 pes.rh

Zwischenergebnis 3

_Im Langhaus standen 6 Arkadenbögen in einer Reihe.

_Das Maßverhältnis der Arkaturparameter ist klassisch:

$\hat{e} : \hat{a} = 42$ pes.rh / 18 pes.rh = 7:3

bezüglich

6 pes.rh.

Fazit

einerseits

Das hier entwickelte Grundrißmodell verdeutlicht wesentliche Eigenschaften des Grundrisses des ottonischen Doms der Phase C I. Der Westbau ist nicht integraler Bestandteil des werkmeisterlichen Entwurfs, der durch Unterteilen anordnet und bildet, wie das hier durchgängig geschehen ist. Der Westbau trat wohl im Zuge der Projekterweiterung hinzu, wobei auf die maßlichen Gegebenheiten der Basilika Rücksicht genommen wurde, was folgende Überlegungen verdeutlichen.

Die Umfassungsrechtecke von Westbau und Querhaus sind nahezu kongruent (s. Abb. 2). Mit dem Westbau ergibt sich für die Basilika ein Grundrechteck A'B'C'D' (s. Abb. 3) der Länge

$a' = a + {}^2/_9 \cdot a = {}^{11}/_9 \cdot a$

und Breite

$b' = {}^4/_9 \cdot a$

wobei

$a = 242$ pes.rh.

Das faszinierende hieran ist, daß sich das Grundverhältnis durch die Erweiterung um den Westbau nicht ändert, denn

$a' : b' = {}^{11}/_9 \cdot a : ({}^4/_9 \cdot a) = 11:4$.

Der gemeinsamen Faktor

$a/9 = 242$ pes.rh $/9 \approx 27$ pes.rh $= g'$,

oben mit der Bezeichnung Grundwert eingeführt, entspricht dem ohne Westbau ermittelten Grundwert

$g = 22$ pes.rh.

.../9 bedeutet »geteilt durch 9«.

andererseits

Die Methode »Denkmodell«, die zur Architekturanalyse von romanischen Kirchen des 12./13. Jhs. der Altmark und des Elbe-Havel-Winkels entwickelt worden ist, läßt sich auch auf den ottonischen Dom in Magdeburg anwenden. Dahinter verbirgt sich notwendig eine mindestens zweihundertjährige, im wesentlichen gleichbleibende Entwurfspraxis. Die Sieben Freien Künste und die baupraktischen Erfahrungen der Werkmeister bildeten hierfür die Wissensgrundlage.

Das eigentliche Faszinosum aber ist die wiederkehrende Erfahrung: Die Ästhetik romanischer Architektur ist auf Symbolzahlen gegründet.

Was den Grundriß des ottonischen Doms anbetrifft, so reichen hierfür drei Zahlenpaare aus: 11:4, 1:2, 7:3. Und nur vom Grundmaß, hier 22 Fuß, hängt am Ende ab, welches Ausmaß das Gotteshaus in der Horizontebene annimmt.

letztlich

Es bleiben Fragen.

• Von welcher Gestalt war der Grundriß zwischen Krypta und Querhaus? Die Antwort liegt im dunkeln.
• Gibt es zur vorgefundenen Achsorientierung eine Datierung?

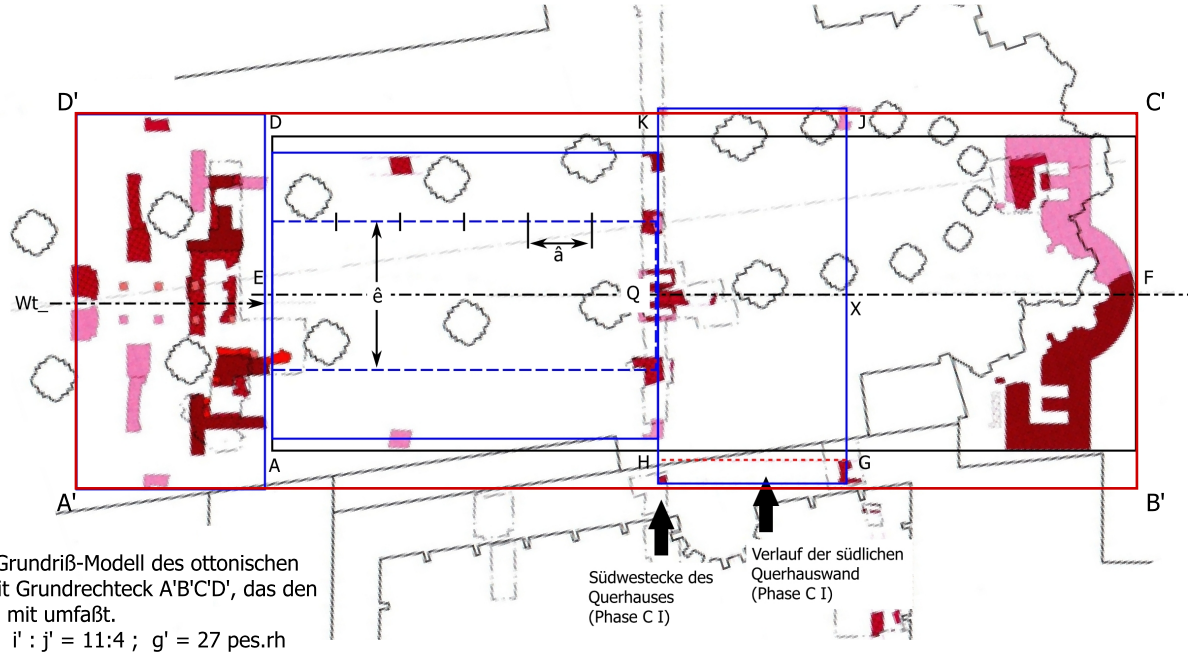

Abb. 3: Grundriß-Modell des ottonischen Doms mit Grundrechteck A'B'C'D', das den Westbau mit umfaßt.
i' : j' = 11:4 ; g' = 27 pes.rh

Achsorientierung und Gründung

Im Verständnis des Verfassers bedeutet »Gründung der Kirche« das Ausschnüren der Hauptachse des Gotteshauses auf dem Baugrunde. Hierbei ist die Achsrichtung am Aufgangspunkt der Sonne im Horizont orientiert. Folglich existieren ein Gründungstag und am Gründungsort ein Achswinkel, den der Verfasser im astronomischen Horizontsystem mißt. Im Falle des ottonischen Doms befindet sich der Bauplatz auf der geographischen Breite

$\varphi = 52.12467°$.

Der Richtungswinkel der Achse des ottonischen Doms, das Azimut, mißt (s. Abb. 4)

A(Ot_) = 288.86°.

Dieser Winkel ist vergleichsweise groß und betrifft Sonnenaufgänge, die sich in der Mitte des 10. Jhs. für den Bauplatz in Magdeburg 28 Tage vor der Frühlingstagundnachtgleiche oder 28 Tage nach der Herbsttagundnachtgleiche ereigneten.

In welchem Zeitraum könnte der Gründungstag gelegen haben? Wenn wir annahmen, daß Otto I. bei der Gründung seines Doms zugegen war, so scheint hierfür ein Jahr zwischen 955 und 966 in Frage zu kommen. Am 10. August 955, dem Namenstag des hl. Laurentius, hatte Otto I. auf dem Lechfelde gelobt, Laurentius ein neues Bistum darzubringen. Desselben Tags siegte Otto über die eingefallenen Ungarn. Von 966 an weilte Otto I. bis zu seinem Tode sechs lange Jahre in Intalien. Folglich ist der zu veranschlagende Zeitraum 955-966 naheliegend. In der Regel erfolgten Kirchengründungen an einem Sonntag. Solche ergeben sich hier aus astronomisch-kalendarischen Rechnungen im fraglichen Zeitraum

am 15. Februar 957,
am 16. Oktober 959,
am 15. Februar 963.

Welcher dieser drei Möglichkeiten käme die größte Wahrscheinlichkeit zu?

• Es ist der 15. Februar 957. Die Gründung liegt zu Jahresbeginn und ermöglicht hierdurch eine Bauperiode, die sich bis zum Winter ausdehnen ließ. Mit diesem Gründungsjahr betrüge die Bauzeit bis zum Tode Otto I. 16 Jahre. In dieser Zeit hätte der Dombau soweit fortschreiten können, daß eine Beisetzung im Dom möglich gewesen wäre. Die Geschichtsschreibung nennt für die Beisetzung im Dom das Jahr 973.

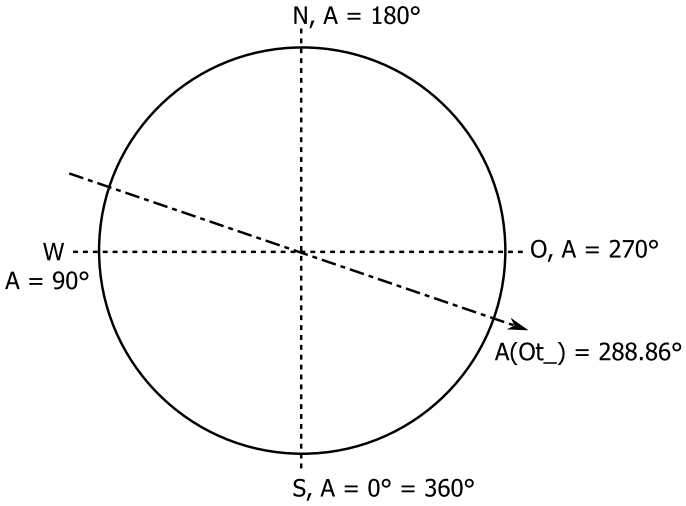

Abb. 4: Lage der ottonischen Achse im Horizontsystem.

Zum Vergleich: Die Bauzeit des etwa gleich großen Havelberger Doms, ebenfalls in Haustein aufgeführt, betrug 200 Jahre später 20 Jahre.

• Das Gründungsdatum Mitte Oktober erscheint wegen seiner Nähe zum bevorstehenden Winter als weniger wahrscheinlich.

• Gegen den Gründungstermin 15. Februar 963 spricht eigentlich nur die hiermit bis zum Tode Ottos einhergehende kürzere Bauzeit. Zehn Jahre dürften hierfür nicht gereicht haben. Es sei denn, daß der Bauzustand der Ostteile 973 eine Beisetzung schon zuließ.

Dieser Gründungstermin setzt ferner voraus, daß Otto I. von seiner Kaiserkrönung in Rom, die im Jahr zuvor am 2. Februar stattgefunden hatte, rechtzeitig wieder nach Magdeburg zurückgekehrt war.

Resümee

Die Grabungsbefunde sind einer mathematischen Analyse zugänglich. Aus den »ergrabenen« Maßen läßt sich ein Denkmodell vom Grundriß konstruieren. Die mathemtischen Eigenschaften dieses Modells bilden die Überlegungen ab, die den Werkmeister zu seinem Entwurf geführt haben.

Die anstehende Interpretation der Modelldaten nähert sich den Überlegungen des Werkmeisters, die bei der Ausarbeitung des Kirchenentwurfs eine Rolle gespielt haben sollten.

Zuallererst mußten vom Werkmeister Gestalt und Ausmaß des Bauwerks in Zahlen festgelegt werden. In der Grundebene gibt das Verhältnis i : j der Maßzahlen von Kirchenlänge und -breite die Gestalt vor. Die Bildung dieses Verhältnisses ist an folgende Bedingungen geknüpft.

• Für i und j sind natürliche Zahlen zwischen 1 und 22 – 1 und 22 ausgenommen – einsetzbar.
• Das Grundverhältnis hat die Forderung $2 < i : j < 3$ zu erfüllen. Hierbei handelt es sich um eine grundsätzliche Entwurfsregel.
• Das Grundverhältnis muß der angestrebten inneren Gliederung entgegenkommen.
• Das Grundverhältnis sollte christliche Symbolik vermitteln.

Welche Ausmaße das Gotteshaus in der Grundebene annimmt bestimmt das Grundmaß g. Dessen Bildung ist ebenfalls an Bedingungen geknüpft.

• Die Maßzahl {g} ist ganzzahlig.
• Die Maßeinheit [g] ist der Fuß oder ein Vielfaches dessen.
• Das Grundmaß bestimmt den Bauaufwand und unterliegt folglich finanziellen Einschränkungen.
• Die Maßzahl sollte christliche Symbolik vermitteln.

Im Rahmen dieser Vorgaben wählte der Werkmeister das Grundverhältnis i : j = 11:4 und das Grundmaß g = 22 pes.rh.

Weil das hebräische Alphabet 22 Buchstaben hat, ist 22 die Zahl der Vollzähligkeit und Vollständigkeit. Deshalb spricht die Bibel u. a. von 22 Schöpfungswerken und 22 Tugenden Christi. Aus diesem Grunde standen 21 oder 23, obwohl in den verursachenden Kosten ebenbürtig, nicht zur Wahl. Mithin ergeben sich Länge und Breite zu 11•22 pes.rh und 4•22 pes.rh.

Das Grundverhältnis 11:4 erfüllt die notwendigen Bedingungen und führt zu einem länglichen (schlanken) Baukörper, der die innere Gliederung gemäß 1:2:3:4, ohne liturgische Funktionen einzuschränken, begünstigt.

Die Zehn ist als analytischer wie auch ideeller Kern dieses Grundverhältnisses zu verstehen. Die Überschreitung der Rundzahl 10 um eine Zähleinheit führt auf die Elf, die auf der symbolischen Ebene als Zeichen für die Einheit von Gott und der Welt steht.

Andererseits ist 10 eine Dreieckszahl, da 10 die Summe aus den ersten vier natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 ist. Deshalb enthält die Zehn gleichsam alles (1...Gott, 2...Dualität, 3...Trinität, 4...irdische Schöpfung), was wiederum den Hinweis auf Vollständigkeit und Abgeschlossenheit bereithält. Zugleich geben die ersten vier natürlichen Zahlen in der Verknüpfung 1:2:3:4 die Schwingungsverhältnisse am Anfang der Naturtonreihe wieder. Hierunter sind zwei Oktaven (2:1 und 4:2), eine Quinte (3:2) und eine Quarte (4:3) – Quellen für gebaute Harmonie. Diese ermöglichen in der Architektur Teilungen in der Länge mit 3, 5 oder 7 gleichen Abschnitten. Auch Fünf (5 Bücher Mose, 5 Wundmale Christi) und Sieben (Einheit von Trinität (3) und irdischem Reich (4)) sind wichtige Symbolzahlen.

Diese Darlegungen vermitteln eine Vorstellung vom Ideengeflecht, aus dem der Entwurf des Gotteshauses hervorgeht.

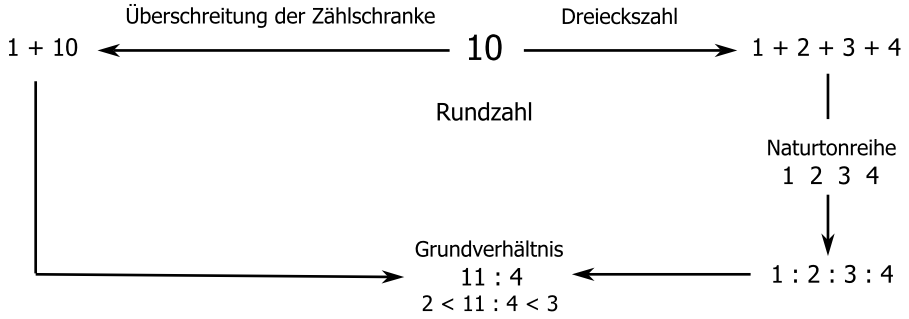

Abb. 4 : Zahlen-Zusammenhänge im Kirchenentwurf