Faszination Kreis

od-Nr. 57 www.ndrom.de
obiter dictum 12/2014

Verfasser: Hans-Peter Bodenstein

Die Sonnenscheibe und der Vollmond prägen sich seit eh und je dem visuellen Gedächtnis ein, wo sich aus deren Gestalt der Begriff vom Kreis herausgebildet hat. Erst in der Nachahmung seiner Gestalt mit Hilfsmitteln – nennen wir diese »Zirkel« – begriff der Mensch die ästhetische Qualität dieser Form, die geschlossen ist, von stetigem Verlauf um ein Zentrum gekennzeichnet, nur eines Maßes zu ihrer Erfassung bedarf.

Früh gewann der Kreis im Alltagsleben der Menschen praktische Bedeutung, wenn es darum ging, Räder zu bereifen, Gefäße zu töpfern, Säulen zu bekränzen oder Fässer zu füllen. Alsbald reifte die Erkenntnis heran, daß sich mit Hilfe des Kreises regelmäßige Vielecke konstruieren lassen, deren Zahleneigenschaften Anknüpfungspunkte für philosophische und theologische Gedanken boten. Darüber hinaus ergab sich das »Material« für die Konstruktion der sog. Platonischen Körper.

Der antike griechische Terminus für das vom Kreis verkörperte Prinzip ist »Monade«, von »menein« Wurzel bzw. »monas« Einheit. Verschiebt sich die Kopie des Kreises entlang des Radius bis der Mittelpunkt der Kopie auf der Peripherie des Originals zu liegen kommt, ensteht das Bild von der »Dyade«, der »Zweiheit«. Diese ermöglicht nach dem Verständnis der Pythagoräer[1] den Durchgang zwischen dem Einen und dem Vielen. Anhand der Konstruktion ebener regelmäßiger Vielecke (siehe hierzu Bild 1-6) vermitteln wir einen Eindruck von der geometrischen Dimension, die Monade und Dyade aufspannen. Wir können davon ausgehen, daß die hier beschriebenen geometrischen Zusammenhänge schon im Altertum in unterschiedlichen Kulturen bekannt waren.

Bemerkenswert ist die Überlieferung des Rechenbuchs des Ahmes (Papyrus Rhind) aus dem 17. Jh. v. Chr., in dem der Ausdruck $(16/9)^2$ für die Kreiszahl pi – diese Bezeichnung ist 1706 von William Jones eingeführt worden – gebildet ist. Zwei Dinge werden deutlich: Die »alten« Ägypter hatten erkannt, daß der Quotient aus Kreisumfang und Durchmesser eine Konstante ist. Und sie verehrten die Zwei und die Drei. Schließlich gilt $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ und $9 = 3 \cdot 3$. Zwei ist die erste gerade, Drei die erste ungerade Zahl. Die Berechnung dieses Ausdruckes mit dem Taschenrechner ergibt 3.1604938...

1500 Jahre später erkennt Archimedes (um 287 v. Chr. bis 212 v. Chr.): So wie sich Kreisumfang und Durchmesser zueinander verhalten, verhalten sich auch Kreisfläche und quadrierter Radius. Um die Zahl dieser Konstanten zu finden, beschrieb Archimedes dem Kreis 96-Ecke ein und um. Sein Ergebnis lautet: Die Kreiszahl muß größer als 3 + 10/71 und kleiner als 3 + 10/70 sein, in die Sprache des Taschenrechners übersetzt 3.1408451...< pi < 3.1428571... Folglich konnte Archimedes die ersten beiden Nachkommastellen der Kreiszahl exakt ermitteln.

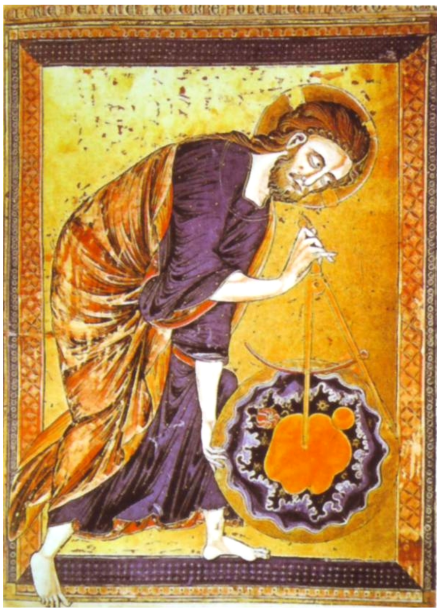
Ebenso wie die Ägypter im 17. Jh. v. Chr. maßen die Pythagoräer im 5. und 4. Jh. v. Chr. den Zahlen 2 und 3 besondere Bedeutung bei, die sich ihnen nicht zuletzt aus der Musik(theorie) erschloß, wo sich den Intervallen der Obertonreihe Zahlenverhältnisse aus Potenzen dieser beiden Zahlen zuordnen lassen. Im einzelnen gilt:

Oktave – 2:1,
Quinte – 3:2, Quarte – 4:3,
Ganzton – 9:8 = $3^2 : 2^3$

und

Halbton – 256:243 = $2^8 : 3^5$.

Mit Blick auf die Kreiszahl in Gestalt $(16/9)^2$ ergibt sich hier, daß der Kreiszahl drei Halbtonintervalle entsprechen – wohl gemerkt, in erster Näherung. Im Kreis erklingt unhörbar eine kleine Terz.



Im Mittelalter wurde der Zirkel als abstraktes Symbol für das Auge Gottes angesehen. Die Schenkel repräsentierten die Strahlen des Lichtes und der Gnade, die vom Himmel auf die Erde fallen. (Österreichisches National-museum Wien.)

Diesen Zusammenhang auch als Lehrgegenstand des Quadriviums an Dom- und Klosterschulen des HRR zu vermuten, ist verführerisch und nicht von der Hand zu weisen, zumal, wenn Stationen der Wissensvermittlung aus der Antike in das Mittelalter sehr wahrscheinlich sind. Man denke nur an das Wirken der Persönlichkeiten Nikomachos von Gerasa (um 60 - um 120), Lucius Apuleius (um 123 - nach 170), Boethius (480 - 546/47) und Gerbert von Reims (um 950 - 1003) als Gelehrte und Lehrer. Wieviele andere, von der Geschichte nicht wahrgenommene, mögen darüber hinaus in diesem Prozeß wirksam gewesen sein? Die Menschheit hat stets mehr gewußt, als die Geschichtswissenschaften zu wissen vorgeben.

---

[1] Aristoteles (384-322 v. Chr) schreibt über die Pythagoräer: Und da sie ferner die Eigenschaften und Verhältnisse der Töne der Musik in den Zahlen sahen, so kamen sie zu folgender Ansicht: Da alles andere in der Natur sich den Zahlen anzugleichen scheint, die Zahlen aber das erste in der ganzen Natur seien, so seien die Elemente der Zahlen die Elemente aller Dinge, und der ganze Himmel sei Zahlenverhältnis und Zahl. Und was sie nun an Entsprechungen fanden in den Zahlen und Zahlbeziehungen zu den Zuständen der ganzen Weltordnung, das sammelten sie und stellten es zusammen. [...] Sie sind offenbar der Meinung, die Zahl sei Prinzip [»arche«] als Materie, woraus alles besteht, wie auch Zustand [»pathos«] und Verfassung [»hexis«], in der sich das Seiende befindet. Für die Elemente der Zahlen aber halten Sie das Gerade und das Ungerade. Von diesen sei das eine begrenzt, das andere aber unbegrenzt. Die Eins aber bestehe aus beiden, denn sie sei gerade und ungerade, nämlich weil sie dem Geraden zugesetzt es ungerade macht, und dem Ungeraden zugesetzt dieses gerade macht, – die Zahl aber sei aus der Eins, aus Zahlen aber der ganze Himmel. (Zitiert aus: Geyer, Carl-Friedrich (1995), Die Vorsokratiker, Wiesbaden, S. 66.)

Bild 1 stellt die Dyade dar. Die Kreise k und k' sind um den Betrag des Radius gegeneinander verschoben. Folglich liegt M' auf der Periherie des Originals k und M auf der Peripherie der Kopie k' von k.

In Bild 1 gelten folgende Aussagen:

• Die Sehne AC ist die Seitenlänge des in k einbeschriebenen regelmäßigen (gleichseitigen) Dreiecks (s. Bild 2).

• Die halbe Sehne BC ist die Seitenlänge des in k einbeschriebenen regelmäßigen Siebenecks (s. Bild 4).

• Der Radius M'C ist die Seitenlänge des in k einbeschriebenen regelmäßigen Sechsecks (s. Bild 3).

Bild 5 erklärt die Gewinnung der Fünfeckseite DE.

Hierzu ist auf der Geraden durch die Mittelpunkte M und M' Punkt E abzutragen.

Dies geschieht vom Punkt B aus, der die Sehne AC halbiert, derart, daß sich Punkt E von B genau so weit entfernt befindet wie Punkt D von B.

Bild 6 zeigt das in k einbeschriebene regelmäßige Fünfeck der Seitenlänge DE.

Die Konstruktion des einbeschriebenen Quadrats ist trivial. Dessen Diagonalen sind senkrecht stehende Durchmesser.

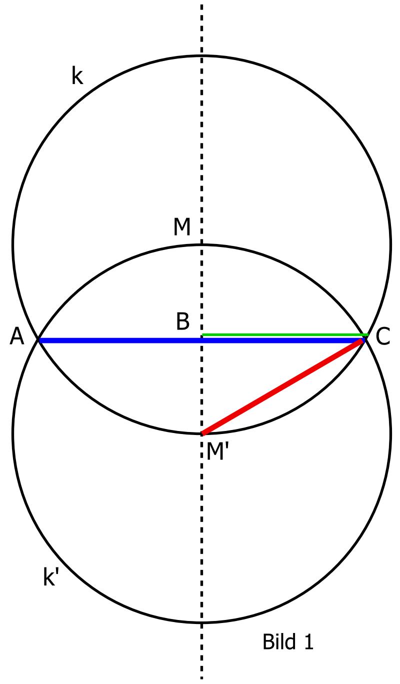


Bild 1

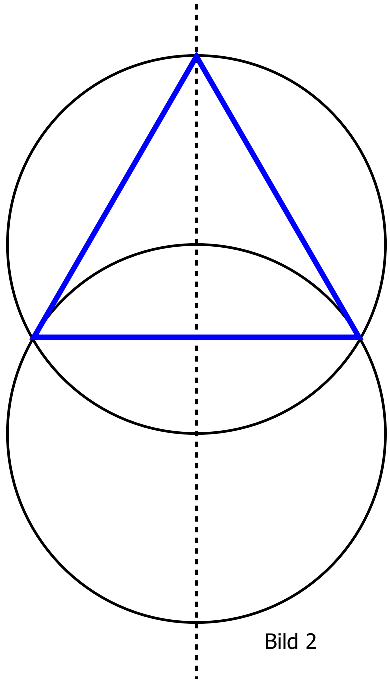


Bild 2

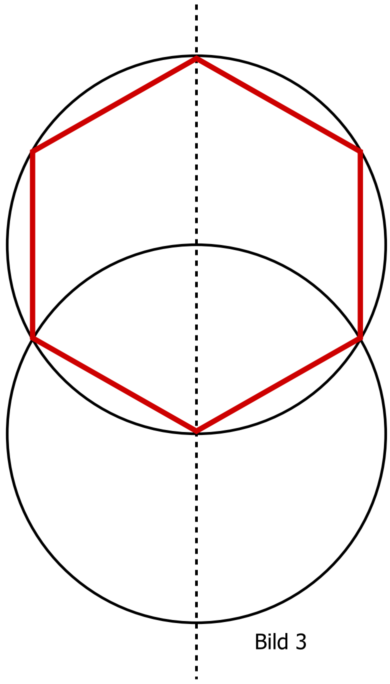


Bild 3

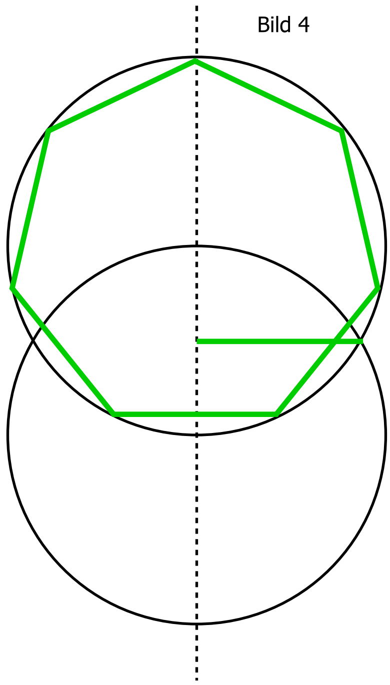
Bild 4


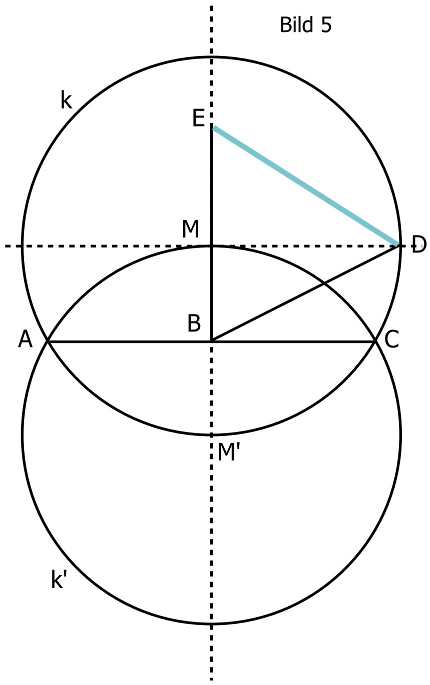
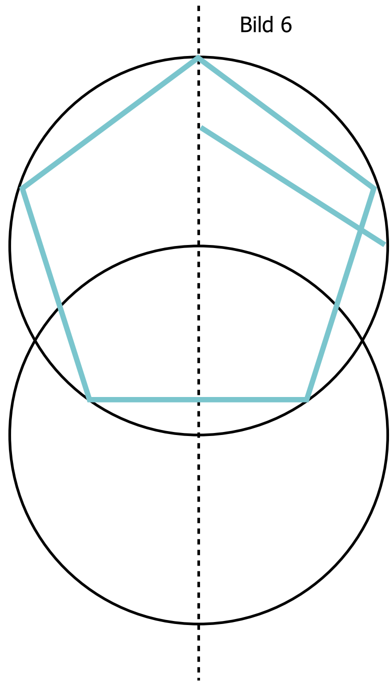
Bild 5


Bild 6


Die geschilderten Zusammenhänge sind verwunderlich und schön und berühren Unerkennbares. Hieran ändert auch deren Übersetzung in die Sprache der analytischen Geometrie nichts. Das macht die Faszination »Kreis« aus.